ស៊េរីនៃចំនួនធម្មជាតិ

Serie des Nombres Naturels

(វិភាគតាមបែបទស្សនវិទ្យា)

ទួង តារាវិទ្ធ

មន្ត្រីស្រាវជ្រាវនៃផ្នែកគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ

វិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យា

រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

ការសិក្សាអំពីគណិតវិទ្យាទាំងឡាយ នោះវាជាការពិតណាស់ដែលវាហាក់ដូចមានលក្ខណចង់ឱ្យបានសំរេច និងភ្ជាប់ដោយផ្លូវឬគំណិតពីរដែលមានលក្ខណខុសគ្នា នៅពេលដែលយើងចាប់ចេញដំណើរដំបូងនូវអ្វីដែលយើងចង់ឱ្យនិយមន័យ ឬ អាចថាជាសញ្ញាណតាមបែប(របស់)គណិតវិទ្យាហើយដែលមានលក្ខណ ជាការ(ករណី)ជួបញឹកញាប់បំផុត។ផ្លូវ(គំណិត)មួយឬអាចថាជាគំណិតមួយ ក្នុងចំណោមនោះ គឺជាការដែលនាំយើងតាមលក្ខណនៃការញែកទៅតាមលំដាប់ ឆ្ពោះទៅរក(ជួប;ប្រសព្វ)ភាពស៊ាំញ៉ាំនិងស្មុកស្មាញដូចជាការសិក្សាពីចំនួន គត់ ទាំងឡាយភ្ជាប់ទៅនឹងប្រភាគ ទៅនឹងចំនួនពិត ទៅនឹងចំនួនកុំផ្លិចទាំងឡាយ ជាដើម។

ពីលក្ខណនៃផលបូក ផលគុណទៅនឹងភាពនៃឌីផេរ៉ង់ស្យែល និង អាំងតេក្រាល ហើយជាបន្តបន្ទាប់មកទៀតរហូតដល់លក្ខណនៃគណិតវិទ្យាកំរិតថ្នាក់ខ្ពស់។ ឯផ្លូវឬគំណិតមួយទៀតគឺជារបៀបកំណត់តាមលក្ខណវិភាគអរូបីយកាន់តែខ្លាំងឡើងៗនិងយកលក្ខណ(គោលការណ៍)នៃភាពសមហេតុផល(Logique)ផងដែរ។ស្ថិតក្នុងភាព(លក្ខណៈ)ស្រាវជ្រាវនូវអ្វីនូវអ្វីដែលអាចសន្និដ្ឋាន និងសំរេចបានក៏ដូចជាការធ្វើអនុមាណពីជំហ៊ាននៃការវែកញែករបស់សញ្ញាណ ដំបូងទាំងឡាយដែលអាចឱ្យយើងមានលក្ខណចុះសំរុងនិងយល់ព្រមផងដែរ។

យើងសួរថាតើអ្វីខ្លះទៅដែលយើងគិតថាវាជាគំណិត និង វាជាគោលការណ៍ជាទូទៅទាំងឡាយដែលអាចឱ្យយើងសំរេចចិត្តឱ្យបានជានិយមន័យ ឬការធ្វើអនុមាណនូវគោលការណ៍ជាទូទៅទាំងឡាយដែលអាចឱ្យយើងកំណត់បានចំពោះ ភាពនៃ(របស់)ចំណុចចាប់ផ្តើម។

បញ្ហានេះគឺជាហេតុការណ៍មួយនៃការសំរេចចិត្តចំពោះគំណិតខុសគ្នាដែលមានលក្ខណចង្អុលបង្ហាញពីចរិតលក្ខណតាមបែបទស្សនវិទ្យារបស់គណិតវិទ្យាតាមលក្ខណនៃភាសាផ្ទុយគ្នាជាមួយលក្ខណរបស់គណិតវិទ្យាតាមបែបន័យត្រង់សុទ្ធសាធ ឬ គណិតវិទ្យាធម្មតា។ ប៉ុន្តែទោះជាយ៉ាងក៏ដោយវាជាការមួយដែលត្រូវយល់ឱ្យបានច្បាស់ថាភាពខុសគ្នានេះវាមិនបណ្តាលមកពីលក្ខណធម្មជាតិ ឬ មកពីប្រភេទវត្ថុនោះទេ ប៉ុន្តែវាមកពីធម្មជាតិ ឬ ប្រភេទដែលចេញពីទស្សនគំណិតស្មារតីរបស់អ្នក ស្រាវជ្រាវ តែប៉ុណ្ណោះ។ បណ្តាអ្នកធរណីមាត្រក្រិក ដោយឆ្លងកាត់នូវក្បួនខ្នាត និងបទពិសោធន៍នៃការវាស់វែងដីនៅប្រទេសអេហ្ស៊ីប នោះចំពោះសំណើរជាទូទៅមួយចំនួនដែលបង្ហាញបញ្ជាក់ពីក្បួនខ្នាតទាំងនេះនិងជាបន្តបន្ទាប់មកទៀតចេញពីស្វ័យសត្យ និង ឧបជាករណ៍របស់ **អឺគ្លីត** ពួកគេក៏បានបង្កើតពីរបៀប**ទស្សន គណិតវិទ្យា** ដែលមានលក្ខណភ្ជាប់ដោយនិយមន័យជាបន្តបន្ទាប់ផងដែរ។ ប៉ុន្តែក្រោយពីរកឃើញ និង បង្កើតបាននូវស្វ័យសត្យ និង ឧបជាករណ៍ទាំងនេះមក(ឆ្លងកាត់នូវការងារអនុមាណ) ដែលយើងបានឃើញក្នុងទ្រឹស្តីបទ **អឺគ្លីត** ពពួកអ្នកធរណីមាត្របុរាណក្រិចបានភ្ជាប់មកជារបស់ ឬ ជាកម្មវត្ថុចំពោះគណិតវិទ្យាធម្មតា។ ភាពខុសគ្នារវាងគណិតវិទ្យា និង ទស្សនវិទ្យាតាមបែបគណិតវិទ្យាគឺអាស្រ័យទៅលើផលប្រយោជន៍ដែលធ្វឱ្យផុសដោយគំណិតនៃការស្រាវជ្រាវនិងបានពីការរីកចំរើននៃការយល់ដឹងនឹងធ្វើឱ្យសំរេចបាន ប៉ុន្តែវាមិនកើតពីសំណើរទាំងឡាយដែលយកធ្វើជារបស់ដែលជាកម្មវត្ថុសំរាប់តែការប្រលងនោះទេ។

យើងអាចពន្យល់ ឬ ចង្អុលបង្ហាញដូចគ្នាផងដែរនូវការវែកញែកពីរបៀបមួយផ្សេងទៀត។វត្ថុឬអាចនិយាយថាជារឿងទាំងឡាយណាដែលមានលក្ខណប្រត្យក្រ ជាក់ស្តែងបំផុត និង ងាយស្រួលផុតនោះគឺមិនមែនជារឿង ឬ វត្ថុដែលបង្ហាញឬពណ៌នាដោយត្រឹមត្រូវសមហេតុផលពីដើមដំបូងនោះទេ(ក្នុងករណីក្របខ័ណ្ឌនៃគណិតវិទ្យា)តែវាជារឿង ឬ វត្ថុដែលបង្ហាញពីទស្សននៃការអនុមាណតាមបែប**តក្ក**(Logique)ហើយដែលមានលក្ខណបង្ហាញឆ្ពោះទៅរក

ភាពជាកណ្តាល។វាមានលក្ខណដូចគ្នាដែរថាខ្លួនប្រាណទាំងមូលគឺអាចងាយស្រួលនឹងពិនិត្យមើល ដូចជាមិននៅឆ្ងាយពេក មិននៅជិតពេក មិនតូចពេក មិនធំពេក...ចំពោះលក្ខណ ដូចគ្នានេះដែរបើយើងនិយាយពីទស្សនៈទាន (Concep)ឬ អាចថាជាគំណិតណាមួយដែលមានលក្ខណៈងាយយល់បំផុតគឺគំណិតឬទស្សនទានដែលមានលក្ខណៈមិនស្មុកស្មាញពិបាកយល់តែមានន័យថាមិនមែនជាគំណិតឬទស្សនៈទានដែល មានលក្ខណសាមញ្ញពេកដែរ(ការប្រើពាក្យសាមញ្ញនេះគឺក្នុងន័យតក្ករបស់ខ្លួន)។

យើងត្រូវការនូវឧបករណ៍ពីប្រភេទគឺកែវយិតនិងអតិសុខុមទស្សន៍ដើម្បីបង្ហាញឬលាតត្រដាងនូវអនុភាពនៃការមើលឃើញរបស់យើង ហើយយើងក៏ត្រូវការផងដែរនូវឧបករណ៍ពីរប្រភេទដើម្បីបង្កើននូវសម្ថភាពនៃភាពតក្ករបស់យើងដែលភាពមួយគឺដើម្បីលើកតម្កើងយើងរហូតដល់ផ្នែកនៃគណិតវិទ្យាលំដាប់ខ្ពស់ ឯមួយទៀតគឺភាពនាំយើងឱ្យចូលទៅដល់ភាពស៊ីជំរៅនៃភាពតក្កនៃវត្ថុទាំងឡាយដែលយើងទាំងអស់គ្នាបានរៀបចំនិងយល់ព្រមទទួលយកតាមលក្ខណនៃគណិតវិទ្យា។យើងយល់ឃើញថា ក្រោយពីធ្វើការវិភាគនូវសញ្ញាណនៃគណិតវិទ្យាធម្មតាឬអាចថាជាគណិតវិទ្យាមានទំរង់ងាយ(គណិតវិទ្យាសុទ្ធ)របស់យើង នោះយើងនឹងទទួលបាននូវភាពមើលឃើញច្បាស់បំផុតក៏ដូចទទួលបាននូវមធ្យោបាយខុសគ្នាទាំងឡាយនិងភាពងាយស្រួលនៃការយល់ឬចាប់បានក្នុងសំណុំរបស់វាឬរបស់កម្មវត្ថុនៃគណិតវិទ្យាថ្មីទាំងឡាយនឹងយល់ព្រមតាមរបៀបដ៏ទៃទៀតដើម្បីធ្វើឱ្យមានការរីកចំរើនអភិវឌ្ឍន៍ឡើងក្រោយពីការយល់ព្រមទៅរកភាពខាងក្រោយរបស់យើងវិញផងដែរ។

គោលបំណងនៃការសរសេរនេះគឺជាការបង្ហាញនូវទស្សនវិទ្យានៃគណិតវិទ្យាតាមរបៀបសាមញ្ញ និង ដោយគ្មានបរិធានបច្ចេកទេសដោយគ្មានការលាតត្រដាងពីបំណែកទាំងឡាយដែលមិនប្រាកដច្បាស់ ឬ មានភាពលំបាកល្មមបើសិនជាបំណែកឬផ្នែកទាំងអស់នេះត្រូវបានសំគាល់ថាជារបៀបដំបូងមួយតែប៉ុណ្ណោះ។បញ្ហាទាំងអស់គឺរកឃើញក្នុងគោលការណ៍នៃគណិតវិទ្យាអ្វីដែលជាការលើកយកមកបង្ហាញនៅក្នុងជំពូកនេះគឺមិនមែនជាវត្ថុមួយដែលស្ថិតនៅក្រៅនៃសេចក្តីផ្តើមនោះទេ។

ចំពោះមនុស្សនាពេលបច្ចុប្បន្ននេះ ដោយឆ្លងតាមមធ្យោបាយនៃការអប់រំគេអាចនិយាយពីចំណុចចេញដំណើរដាក់ស្តែងនៃគណិតវិទ្យាទាំងឡាយនោះគឺជាស៊េរីនៃចំនួនគត់ទាំងឡាយយ៖

$$1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ......$$

វាជាការប្រហែលមួយដែលមនុស្សតែម្នាក់មានចំណេះដឹងខ្លះៗ ពីគណិតវិទ្យាហើយដែលគិតថានឹងចាប់ផ្តើមស៊េរីមួយដោយចេញដំណើរពី 0 ជាជាងពី 1។ ចំពោះបញ្ហានេះយើងទទួលស្គាល់ឬនិយាយសាមញ្ញថាយើងយល់ព្រមទៅនឹងការគិតនេះហើយយើងនឹងចាប់ចេញពីស៊េរីមួយគឺ៖

$$0;1;2;3;....;n;(n+1);....$$

គឺស៊េរីនេះហើយដែលយើងនឹកឃើញនៅពេលដែលយើងនិយាយពីស៊េរីនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិទាំងឡាយ។ បញ្ហានេះគឺវាគ្រាន់តែជាក្របខណ្ឌនៃអរិយ្យធម៌តែមួយប៉ុណ្ណោះ ដែលឆ្លងកាត់ទៅមុខហើយដែលយើងអាចទទួលស៊េរីនេះចំពោះចំណុចនៃការចាប់ផ្តើមដំបូង។

វាជាការពិតដែលជាច្រើនសត្សវត្សមកហើយចំពោះការរកឃើញនូវភាពជានឹមនៃសត្វមាន់ នៃសត្វទា និង ភាពជាគូនៃថ្ងៃ ជាឧទាហរណ៍នៃចំនួន2។ កំរិតអរូបីយ៍នៃភាពរួមបញ្ចូលនេះគឺជាលក្ខណមួយស្ថិតនៅឆ្ងាយពីភាពងាយ

ស្រួលយល់។ ការរកឃើញថា1ជាចំនួនមួយនោះគឺជារឿងមួយដែលត្រូវបានធ្វើឱ្យងាយយល់បន្តិច។ ចំណែកឯលេខ 0វាជាការធ្វើការបូកនៅគ្រប់តម្លៃថ្មី។ពពួកក្រិច និង រ៉ូម៉ាំងមិនមាន តួលេខនេះទេ។ កាលពីដើមបើសិនជាយើងសិក្សាពីទស្សនវិទ្យានៃគណិតវិទ្យានោះយើងហាក់ដូចជាចេញដំណើរជាមួយវត្ថុខ្លះៗដែលមានលក្ខណមិនសូវអរូបីយ៍ជាងស៊េរីនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ ក៏ដូចជាវត្ថុខ្លះៗដែលហាក់ដូចជាស្ថិតក្នុងចម្ងល់របស់យើងដែរ។

នៅពេលដែលមូលដ្ឋាននៃតក្កគណិតវិទ្យាទាំងឡាយមានលក្ខណរីកដុះដាលចំរើនឡើងនោះ យើងកាន់តែត្រូវបានមានលក្ខណសហការជានិច្ចខ្លាំងថែមទៀត(មានន័យថាមានលក្ខណៈរួមជាគ្រួសារយ៉ាងខ្លាំង)។ យើងត្រូវបានចេញដំណើរយ៉ាងឆ្ងាយពីភាពនៃអតីតកាលនូវអ្វីដែលបច្ចុប្បន្នកាន់តែធ្វើឱ្យមានលក្ខណៈរឹតតែល្អឡើងតាមរយនៃការវិភាគរបស់យើងជាបន្តបន្ទាប់។ ប៉ុន្តែចំពោះកាលទេសណាមួយនោះ ចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយវាហាក់ដូចជាគ្រាន់តែជាការបង្ហាញពីអ្វីដែលមានលក្ខណសាមញ្ញងាយស្រួលនិងច្បាស់លាស់តាមរយៈគណិតវិទ្យាតែប៉ុណ្ណោះ។ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយចំនួនធម្មជាតិនូវតែត្រូវបានយើងផ្សារភ្ជាប់ជានិច្ចហើយវានូវតែជាបញ្ហាមួយមិនយល់។ មនុស្សតិចណាស់ដែលអាចកំណត់ន័យនូវអ្វីដែលគេចង់និយាយថា "**ចំនួន**" '0' ឬ '1' ។ចេញពី 0វាជាការមួយដែលមិន លំបាកនឹងយល់ថាគេអាចឈានទៅដល់ចំនួនធម្មជាតិណាមួយទៀតដោយមធ្យោបាយនៃការបូកច្រំដែលនៃ1ប៉ុន្តែយើងត្រូវកំណត់ឱ្យបាននូវអ្វីដែលមានន័យថាជាផលបូកនៃ1និងជាមួយអ្វីដែលមានន័យថាជាភាពច្រំដែលនៃប្រមាណវិធីនេះ បញ្ហាទាំងនេះវាមិនមែនជាចម្លើយមួយដែលងាយនោះទេ។យើងមានជំនឿថា ហេតុដំណាក់កាលចុងក្រោយនៃវេលានេះគឺថាយ៉ាងហោចណាស់ចេញពីសញ្ញាណដំបូងៗនៃប្រមាណវិធីបូកមួយចំនួន នៃនព្វន្តបានត្រូវទទួលយកដោយគ្មាននិយមន័យដោយយោងទៅតាមភាពសាមញ្ញឬងាយស្រួល ក៏ដូចនិងលក្ខណដំបូងបឋមរបស់វា។ដូចដែលយើងបានឃើញថាកន្សោមមួយត្រូវបានកំណត់តាមលក្ខណៈចេញពីកន្សោមមួយទៀតផងដែរ។វាជាការពិតមួយដែលថាវិទ្យាសាស្ត្រសង្គមក៏មានលក្ខណជារឿយៗត្រូវតែចុះសម្រុង(ទទួលយកបាន)ជាមួយពាក្យមួយចំនួន(តួខ្លះៗ)ដោយមិនចាំបាច់ត្រូវការភាពកំណត់របស់វាចេញពីរបៀបដែល មានចំណុចចាប់ផ្តើមចំពោះនិយមន័យរបស់វាទេ។

វាជាប្រការមួយដែលមិនចាំបាច់ត្រូវការដាក់ស្តែងចំពោះពាក្យមួយចំនួន(តួដើមមួយចំនួន)ដែលចាំបាច់ត្រូវតែមាននិយមន័យកំណត់នោះទេ។ស្ថិតក្នុងផ្លូវឬរបត់មួយដែលយើងនឹងធ្វើដំណើរមកដល់ការកំណត់បាននូវនិយមន័យមួយចំនួននោះវាជាលទ្ធភាពអាចមួយដែលយើងត្រូវតែបន្តដំណើរទៅមុខបន្ថែមទៀត។និយាយតាមមួយបែបទៀតគឺថានៅក្នុងដំណាក់កាលមួយដែលលក្ខណៈវិភាគត្រូវបានរីកដុះដាលបានគ្រប់គ្រាន់ នោះវាជាប្រការមួយផងដែរចំពោះភាពដែលយើងមកដល់នៃពាក្យឬតួដើមពិតធម្មតាមួយចំនួន និង បន្តមកមិនទាន់ត្រូវបាន ផ្សព្វផ្សាយ ឬ ប្រកាសឱ្យមានភាពតក្ក(ភាពប្រាកដន័យ)ពីរបៀបឬទំរង់នៃនិយមន័យដែលធ្វើការបកស្រាយតាមវិភាគ។បញ្ហានេះវាជាចំណុចមួយដែលចេញពីនេះវាមិនចាំបាច់ចំពោះយើងនូវការសំរេចនោះទេ។ដើម្បីបំពេញនូវគោលបំណងរបស់យើង នោះវាជាការគ្រប់គ្រាន់មួយ(ដោយសារចំណង់នៃមនុស្សមានដែនកំរិត)និងធ្វើការសំគាល់ថានិយមន័យទាំងឡាយដែលយើងស្គាល់ជារឿយៗ ឬជានិច្ចកាលត្រូវតែចាប់ផ្តើមពីផ្នែកខ្លះជាមួយនឹងពាក្យ(តួ)ទាំងឡាយណាដោយគ្មាននិយមន័យចំពោះខណៈណាមួយនោះប៉ុន្តែមិនត្រូវឱ្យមានលក្ខណរបៀបនេះជា ហេតុបានទេ។

គ្រប់គណិតវិទ្យាបុរាណសុទ្ធសាធទាំងឡាយដែលក្នុងនោះរួមមានដូចជា ធរណីមាត្រវិភាគអាចត្រូវបានយល់ថាទុកដូចជាការសង្កេតទាំងស្រុងដោយសំណើរទាំងឡាយស្តីពីចំនួនធម្មជាតិ។ វាមានន័យថាពាក្យឬតួទាំងឡាយដែលយើងជួបប្រទះអាចត្រូវបានកំណត់តាមរយនៃចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយនិងសំណើរទាំងឡាយអាចត្រូវបានធ្វើអនុមាណពីលក្ខណនៃចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយជាមួយនឹងការបូកនៃគំណិតនិងសំណើរមួយចំនួនរបស់តក្កសុទ្ធ(Logique pure)ក្នុងករណីខ្លះៗ។ ពីអ្វីដែលគណិតវិទ្យាបុរាណសុទ្ធសាធទាំងអស់អាចត្រូវបានចេញពី(មានដើមកំណើត)មកពីចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយគឺជារបកគំហើញថ្មីល្មមទោះបីជាវាត្រូវបានមានមន្ទិលតាំងពីយូរណាស់មកហើយ។ **ពីតាហ្គ័រ** គឺជាមនុស្សម្នាក់ដែលគេជឿនិងស្គាល់ថាមិនត្រឹមតែចំពោះគណិតវិទ្យាប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែក៏ជាអ្នកដែលមានគំណិតខ្លាំងចំពោះមុខវិជ្ជាដ៏ទៃទៀតដែរនោះ គាត់បានធ្វើអនុមាណសន្និដ្ឋានពីចំនួនទាំងឡាយហើយគាត់ក៏បានឃើញយ៉ាងច្បាស់ពីអ្វីដែលបង្កើតឧបស័គ្គយ៉ាងប្រាកដចំពោះអ្វីដែលយើងហៅថាការធ្វើនព្វន្តសាស្ត្រនៃគណិតវិទ្យា។តាមរយពីតាហ្គ័រដែលជាអ្នករកឃើញនូវអត្ថិភាពនៃភាពខុសគ្នានិងជាពិសេសភាពវាស់នឹងគ្នាមិនបានដែលមាននៅក្នុងចន្លោះរវាងជ្រុងនិងអង្កត់នៃការេមួយ។បើសិនជាបណ្តោយនៃជ្រុងមួយមានប្រវែង$1(pouce)$(ចំនួនpouceមានន័យថាក្នុងអង្កត់ទ្រូងដែលមានប្រវែងស្មើនឹងឬសការេនៃ2)។

ដូច្នេះបញ្ហាដែលយើងលើកឡើងវាគ្រាន់តែជាដំណោះស្រាយនៃពីភពរបស់យើងបច្ចុប្បន្នតែប៉ុណ្ណោះនិងវាត្រូវបានគេធ្វើការជជែកវែកញែកយ៉ាងបរិបូរណ៍ដែលគេហៅថាតាមរបៀបតក្កដែលជារបៀបមួយជួយផ្តល់ដល់ផ្នែកនព្វន្តសាស្ត្រជាច្រើនហើយបញ្ហាទាំងនេះនឹងត្រូវធ្វើការពន្យល់ក្នុងវគ្គខាងក្រោយជាបន្តបន្ទាប់ទៀតផងដែរ។ពេលនេះយើងសូមផ្សារភ្ជាប់នូវបញ្ហាដ៏មានសារសំខាន់ទី1នៃគណិតវិទ្យានោះគឺការធ្វើនីយកម្មខាងផ្នែកលេខគណិតដែលជាផ្នែកមួយនៃគណិតវិទ្យា(Arimethisation des mathemathique)ដូចដែលយើងបានឃើញ រួចមកហើយនោះ គឺជាការធ្វើអនុមាណនៃគណិតវិទ្យាបុរាណសុទ្ធសាធចំពោះទ្រឹស្តីនៃចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយក្នុងដំណាក់កាលបន្តបន្ទាប់ទៀតដោយផ្អែកលើលក្ខណវិភាគទ្រឹស្តីត្រូវបានធ្វើការវែកញែកដោយលក្ខណៈខ្លួនឯងផ្ទាល់ទៅនឹងចំនួនដ៏តូចបំផុតមួយខាងដើមនិងតួឬពាក្យទាំងឡាយមិនមានន័យឬភាពកំណត់ដែលក្នុងនោះវាអាចកើតមានចំពោះភាពបង្រួម។បញ្ហានេះត្រូវបានធ្វើការបកស្រាយឬបំពេញដោយលោក Peano ដែលបានបង្ហាញថាគ្រប់ទ្រឹស្តីនៃចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយអាចត្រូវបានមានកំណើតឬប្រភពដើមនៃគំណិតបីជាដំបូងនិងចេញពីការផ្តួចផ្តើមនៃសំណើរទាំងប្រាំក្រៅពីអ្វីដែលមានលក្ខណៈតក្កសុទ្ធសាធ។

ក្នុងរបៀបជាលក្ខណៈខ្លះៗ នោះគំណិតទាណងបីនិងសំណើរទាំងប្រាំនេះ ត្រូវបានស្គាល់ដូចជាការធានាទាំងឡាយនៃភាពប្រមូលផ្តុំនៃច្បាប់របស់គណិតវិទ្យាសុទ្ធសាធ។បើសិនជាអាចកំណត់បាននិងធ្វើការបង្ហាញ(មានភស្តុតាង)តាមមធ្យោបាយនៃកន្សោមពាក្យផ្សេងទៀត ហើយបញ្ហានេះក្លាយដូចគ្នាដែរនៃគ្រប់គណិតវិទ្យាសុទ្ធសាធទាំងឡាយ។ ពាក្យថា " **ទម្ងន់** " បើចាទម្រង់នៃតក្ក នោះបើសិនជាយើងអាចប្រើពាក្យនេះ នោះវាមានន័យថា **សមមូល** ទៅនឹងអ្វីមួយនៃគ្រប់ស៊េរីនៃវិទ្យាសាស្ត្រដែលរសាត់ចេញពី (ឬអាចថាជាមែកធាង)ទ្រឹស្តីនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិទាំងឡាយ។ ភាពត្រឹមត្រូវនៃស៊េរីគត់គឺជាភាពប្រាកដទៀងបើសិនភាពត្រឹមត្រូវនៃសំណើរទាំងប្រាំដំបូងត្រូវបានធានាដែលជាធម្មតាសូម្បីតែវាមានភាពលំអៀងបន្តិចបន្តួចក្នុងសំណុំដ៏ច្បាស់លាស់សមហេតុផលដែលត្រូវដាក់ឱ្យប្រើ។

ដូច្នេះការវិភាគនៃគណិតវិទ្យាគឺមានលក្ខណៈដ៏អស្ចារ្យនិងភាពងាយស្រួលតាមរយៈនៃការងាររបស់លោក Peano ។ គំណិតជាដំបូងរបស់លោក Peanoក្នុងការជានានៃនព្វន្តសាស្ត្រគឺ 0;**ចំនួន**(Le nombre) , **អ្នកបន្ត** (Le successeur)។តាម '**អ្នកបន្ត**' នោះគំណិតរបស់លោក Peano ចង់និយាយថាចំនួនបន្តបន្ទាប់ក្នុងលំដាប់នៃធម្មជាតិ។ គឺមានន័យថាអ្នកដែលត្រូវបន្តពី 0គឺ 1អ្នកបន្តពី1គឺ2នឹងមានជាបន្តបន្ទាប់ទៀត។តាមរយៈនៃពាក្យ '**ចំនួន**'ចេញពីទស្សនៈនេះ វាហាក់ដូចជាមានការរួមបញ្ចូលថ្នាក់នៃចំនួនធម្មជាតិទាំងឡាយ។ វាជាប្រការមួយដែលមិនតម្រូវឱ្យសន្មត់ ថាយើងស្គាល់នូវគ្រប់តួនៃថ្នាក់នេះទេ ប៉ុន្តែវាជាប្រការមួយដែលតម្រូវឱ្យយើងដឹងពីអ្វីដែលយើងរួមបញ្ចូលដោយនិយាយថារបស់នេះ ឬ របស់នោះគឺជាចំនួនតែមួយតែប៉ុណ្ណោះ។ ចេញពីគំណិតដូចគ្នានេះដែរ នៅពេលយើងមានគំណិតមួយប្រាកដច្បាស់ហើយនៅពេលដែលយើងនិយាយថា '**សុខជាមនុស្សម្នាក់**'ទោះបីជាយើងមិនទាំងដឹងឬស្គាល់ពីលក្ខណៈដាច់ដោយឡែកនៃមនុស្សទាំងអស់ផង។ សំណើរដំបូង(បឋម)ទាំងប្រាំដែលត្រូវបានបកស្រាយដោយលោក Peano គឺ៖

(1) 0ជាចំនួនមួយ

(2)អ្នកបន្តនៃចំនួនមួយ គឺជាចំនួនមួយ

(3)ចំនួនពីរមិនអាចត្រូវមានអ្នកបន្តដូចគ្នាបានទេ

(4) 0គឺមិនត្រូវបានធ្វើជាអ្នកបន្តពីចំនួនណាមួយឡើយ

(5)គ្រប់លក្ខណៈដែលជាកម្មសិទ្ធចំពោះ(ជារបស់)0ទោះបី
ជាអ្នកបន្តនៃចំនួនមួយដែលមានលក្ខណៈនេះ នោះវាជា
កម្មសិទ្ធចំពោះគ្រប់ចំនួនទាំងអស់ សំណើរចុងក្រោយគេនេះវាបង្កើតបានជាគោលការណ៍នៃការធ្វើអនុមាណ(ការវែកញែក)គណិតវិទ្យា។ក្នុងជំហ៊ានជាបន្តបន្ទាប់ទៀតនេះយើងនឹងមានការនិយាយយ៉ាងច្រើនពីលក្ខណៈអនុមាណរបស់គណិតវិទ្យាប៉ុន្តែក្នុងពេលនេះយើងសូមនិយាយតែអំពីអ្វីដែលកើតមានក្នុងបែបវិភាគនៃនព្វន្តសាស្ត្រដែលបង្កើតឡើងដោយលោក Peano តែប៉ុណ្ណោះ។

យើងចាត់ទុកឬសន្មតថាមាតិការនៃរបៀបដែលទ្រឹស្តីបទនៃចំនួនធម្មជាតិមានទាក់ទងទៅនឹងគំណិតទាំងបីនិងសំណើរទាំងប្រាំខាងលើ។ដើម្បីធ្វើការចាប់ផ្តើមយើងកំណត់ថា (1) ត្រូវបានចាត់ទុកដូចជា **អ្នកបន្ត** ពី $0;2$ត្រូវបានចាត់ ទុក ដូចជា **អ្នកបន្ត** ពី1ហើយជាបន្តបន្ទាប់ទៀតក៏មានលក្ខណៈនេះដែរ។ ជាការពិតបើធ្វើដំណើរទៅមុខឱ្យបានឆ្ងាយបន្តិចនិងដោយយោងតាមអត្ថន័យ(ជាគុណធម៌)នៃសំណើរ (2)នោះយើងឃើញថាចំនួននិមួយៗដែលយើងទៅដល់វាមានអ្នកបន្តមួយនិងតាមសំណើរ(3)បានអះអាងផងដែរថាអ្នកបន្តនេះត្រូវតែជាមិនមែនជាចំនួនមួយក្នុងចំណោមចំនួនដែលយើងបានទទួលរួចហើយដែរ ព្រោះបើមិនដូច្នេះទេយើងនឹងទទួលបានចំនួនពីរដែលខុសគ្នានិងមានអ្នកបន្តតែមួយដូចគ្នាហើយតាមសំណើរ (4)វាបង្ហាញថាគ្មានចំនួនណាមួយដែលយើងបង្កើតនៅក្នុងស៊េរីមិនអាចជាចំនួន0បានឡើយ។ ដូច្នេះស៊េរីនៃអ្នកបន្តនឹងផ្តល់ដល់យើងនូវលក្ខណៈនៃស៊េរីមួយដែលគ្មានទីបញ្ចប់នៃចំនួនថ្មីជានិច្ច។ ម៉្យាងទៀតដោយឆ្លងតាមសំណើរ(5)នោះគ្រប់ចំនួនទាំងអស់ដែលបានដាក់បញ្ចូលទៅក្នុងស៊េរីនេះនឹងចាប់ផ្តើមជា

មួយ 0 ហើយវានឹងត្រូវបានបន្តក្នុងទំរង់នៃស៊ីតរបស់អ្នកបន្តពីព្រោះថាជាដំបូងគេបាន 0 ជារបស់ស៊េរីខាងលើនិងបន្ថមកបើសិនមានចំនួន n ត្រូវបានដាក់ទៅក្នុងផ្នែកនៃស៊េរីនេះ នោះវាក៏មានលក្ខណៈដូចគ្នាចំពោះភាពបន្តដូចគ្នានៃអ្នកបន្តរបស់វាដែរ ហើយតាមលក្ខណៈអនុមាណរបស់គណិតវិទ្យាគេបានគ្រប់ចំនួនត្រូវតែជារបស់ស៊េរីខាងលើដែរ។

ឥឡូវយើងសន្មតថាយើងចង់កំណត់ផលបូកនៃពីរចំនួន។ យើងយកចំនួន m ណាមួយហើយយើងនឹងកំណត់ $m+0$ ដែលមានតម្លៃដូចទៅនឹង m និង $m+(n+1)$ ដែលទុកដូចជាអ្នកបន្តនៃ $m+n$ ។ដោយយោងតាមសំណើរ (5) លក្ខណៈនេះផ្តល់បាននិយមន័យមួយនៃផលបូករវាង m និង n ចំពោះគ្រប់ចំនួន n ។ពីរបៀបដូចគ្នានេះដែរយើងអាចកំណត់ផលគុណនៃពីរចំនួន។អ្នកអានអាចផ្តល់បាននូវភស្តុតាងដូចគ្នាដោយងាយស្រួលថាចំពោះគ្រប់សំណើរដំបូងៗ(ងាយៗ)ដែលត្រូវបានប្រើញឹកញាប់ក្នុងទំរង់នៃនព្វន្តសាស្រ្តនិងអាចបង្ហាញឱ្យឃើញតាមរយនៃមធ្យោបាយទាំងប្រាំរបស់យើងនិងបើសិនជាការពិសោធន៍ឬភាពសាកល្បងនោះវាមានការលំបាកខ្លះនោះយើងអាចស្វែងរកវាក្នុងអំនះអំណាងនៃបែបពិសោធន៍របស់លោក Peano។

បច្ចុប្បន្ននេះវាគឺជាពេលវេលាមួយនៃការស្វែងរកនិងធ្វើការពិនិត្យពិចៃរកហេតុផលប្រកបដោយភាពពិចារណាដែលវាតម្រូវឱ្យយើងប្រឹងប្រែងបន្តដំណើរទៅដល់អ្វីដែលជាទស្សនយល់ឃើញនៃលោក Peanoដែលនៅក្នុងដំណាក់កាលចុងក្រោយលោកបានបង្ហាញឱ្យកាន់តែមានសុក្រិតភាពក្នុងទំរង់នីយកម្មនៃ នព្វន្តសាស្ត្ររបស់គណិតវិទ្យាមានលក្ខណទៅនឹងលោក Frege ដែលជាអ្នក ដំបូងគេចំពោះភាពតក្កនៃគណិតវិទ្យា ចង់និយាយថាជាការចងភ្ជាប់ទៅនឹងភាពតក្ករបស់សញ្ញាណបែបនព្វន្តសាស្រ្តមួយចំនួនដែលបុព្វជិការីទាំងឡាយបានបង្ហាញប្រកបដោយលក្ខណៈគ្រប់គ្រាន់ចំពោះគណិតវិទ្យា។

ក្នុងជំពូកនេះយើងមិនបានផ្តល់ជូននូវនិយមន័យរបស់លោក Fregeចំពោះលក្ខណជាទូទៅឬពិសេសនៃចំនួនទេប៉ុន្តែយើងសូមចង្អុលបង្ហាញខ្លះៗនូវទស្សនៈដែលបង្ហាញថាសេក្តីសន្និដ្ឋានទាំងឡាយរបស់លោក Peano មានលក្ខណៈមិន ដាច់ខាតពេកដូចទស្សនដែលបានលើកឡើងខាងដើម។

ជាដំបូងគំណិតផ្តើមទាំងបីរបស់លោកPeanoគាត់ចង់និយាយថា `$0$´ `**ចំនួន**´ និង `**ភាពបន្ត**´ត្រូវបានចុះសម្រុងគ្នាជាមួយនឹងចំនួនមួយមិនកំណត់ចំពោះការបកស្រាយមានលក្ខណខុសៗគ្នាទាំងអស់ដែលទាក់ទងទៅនឹងលក្ខខណ្ឌនៃសំណើរទាំងប្រាំខាងដើម។ យើងសូមលើកយកឧទាហរណ៍ខ្លះៗខាងក្រោម៖

$1/$ យើងទទួលថា `$0$´តំណាង $100$ និងទទួលថាកន្សោមនៃ `**ចំនួន**´តំណាងឱ្យចំនួនទាំងឡាយចេញពី 100 និងវាស្ថិតនៅម្ខាងក្នុងទំរង់នៃស៊េរីរបស់ចំនួន ធម្មជាតិទាំងអស់។ ដូច្នេះយើងឃើញថានៅក្នុងគ្រប់សំណើរខាងដើមរបស់យើងគឺត្រូវបានផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅនឹងសំណើរទី (4) ពីព្រោះវាជាការច្បាស់មួយដែលថា 100 គឺជាអ្នកបន្តពី 99 តែបរមាណនៃចំនួន 99 នេះវាមិនមែនជា `**ចំនួនមួយ**´ ទេនៅក្នុង អត្ថន័យដែលយើងបានឱ្យចំពោះពាក្យនេះ(ក្នុងខណនេះ)។ វាជាការពិតដែល បញ្ជាក់ថាចំពោះចំនួនណាមួយនោះគឺវាអាចត្រូវបានជំនួសចំពោះ 100 ក្នុងឧទាហរណ៍នេះ។

$2/$ យើងរក្សាទុកចំពោះ `0´នៅអត្ថន័យរបស់វាដដែលធម្មតា´ចំនួន´ដែល ជាធម្មតាត្រូវបានយើងហៅថាជាចំនួនគូ នោះអ្នកដែលត្រូវបន្តគឺជាការកើតមកពីលទ្ធផលទទួលបានដោយបន្ថែមនូវបរមាណចំនួន $2(quantite)$

។ដូច្នេះជាការប្រត្យក្រុមមួយនោះចំនួនលេខ 1 នឹងតំណាងឱ្យបរមាណចំនួន 2 ហើយលេខ 2 តំណាងឱ្យបរមាណ 4 ហើយជាបន្តបន្ទាប់ទៀត។គេបាសេរីនៃចំនួនទាំងនោះទៅ

ជា៖ 0; ពីរ ; បួន ; ប្រាំមួយ ; ប្រាំបី ;.....ហើយសំណើរទាំងប្រាំរបស់លោកPeano ត្រូវបានផ្ទៀងផ្ទាត់ដែរ។

$3/$ យើងសន្មតថា `$0$´ជាតំណាងឱ្យបរមាណ `មួយ´តមកទៀតយើងយក`ចំនួន´ជាក្រុមមួយគឺ៖

$1;\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16};...$ និងយើងទទួលថាអត្ថន័យនៃ `**អ្នកបន្ត**´គឺ `ពាក់កណ្តាល´ ។ នោះតាមស្វ័យសត្យទាំងប្រាំរបស់លោកPeano គឺមានន័យសមហេតុផលដែលទទួលយកបានចំពោះក្រុមនេះ។

ចេញពីឧទាហរណ៍លំនាំដូចគ្នានេះដែរគេអាចបង្កើតនូវផលគុណគ្មានព្រំដែន។ ជាក់ស្តែងបើសិនជាយើងចាត់តើទុកសេរីមួយដែលកំណត់ដោយ៖

$x_0;x_1;x_2;x_3;.....;x_n;...$ មិនមានផ្ទុកនៅចំនួនច្រំដែលនិងមានចំណុចមួយនៃការចេញដំណើរ ហើយតួនិមួយៗអាចត្រូវទៅដល់(ចាប់ពីដំបូងគេ)(A partir de l'origine)ដោយមធ្យោបាយនៃប្រមាណវិធីរបស់ចំនួនគត់មួយ នោះយើងបានក្រុមនៃតួទាំងឡាយមួយដែលត្រូវនឹងស្វ័យសត្យរបស់Peano។

បើសិន`$0$´ជាតំណាងឱ្យ $x_0$ និងតាមរយៈ`ចំនួន´បើសិជាយើងបំពេញក្រុមនៃតួទាំងនេះហើយកំណត់ដោយ x_{n+1} ដែលជាអ្នកបន្តពី x_n ។ដូច្នេះគេបាន៖

$1/$ `0´គឺជាចំនួនមួយពីព្រោះវាជាចំនួនមួយរបស់ក្រុម

$2/$`**អ្នកបន្ត**´ នៃចំនួនមួយគឺជាចំនួនពីព្រោះបើសិនយើងយកតួមួយ x_n នៃស៊្វីត នោះ x_{n+1} ជាផ្នែកមួយនៃស៊្វីតនេះដែរ

$3/$ វាមិនដែលកើតមានសោះចំពោះចំនួនពីរមានអ្នកបន្តដូចគ្នាជាក់ស្តែង

បើសិន x_m និង x_n ជាចំនួនពីរខុសគ្នារបស់ក្រុម x_{m+1} និង x_{n+1} គឺមានលក្ខណខុស គ្នាដែលនេះវាបង្ហាញថា(តាមសម្មតិកម្ម)ពីអ្វីដែលមិនមានភាពច្រំដែលក្នុងក្រុម

$4/$`$0$´មិនមែនជា`**អ្នកបន្ត**´ នៃចំនួនណាមួយទេ ពីព្រោះនៅក្នុងសេរី

គ្មានតួណាមួយនៅខាងមុខ x_0

$5/$ វាបង្ហាញថាគ្រប់លក្ខណដែលជារបស់ទាក់ទងទៅនឹងចំនួនដង ចំពោះ x_0 និងចំពោះ x_{n+1} គឺជារបស់ចំពោះគ្រប់ x ដែលបន្តលក្ខណជារបស់ x_n លក្ខណៈទាំងអស់ខាងលើវាបង្ហាញពីលក្ខណនៃទំនាក់ទំនងរវាងគ្នា នៃចំនួនទាំងឡាយ។

សេរីមួយក្នុងទំរង់

$x_0;x_1;x_2;x_3;.....;x_n;...$ មានតួដំបូងដែលតួនិមួយៗរបស់វាមានអ្នកបន្តមួយហើយ(សេរីខាងលើគឺមិនមានតួចុងក្រោយទេ)ដែលមិនបង្ហាញពីភាពច្រំដែលនិងតួនិមួយៗអាចត្រូវបែកចេញជាលំដាប់នៃតួមុនគតាមរបៀបប្រមាណវីធីនៃចំនួនមួយត្រូវបានគេហៅថា

'**ជំរឿនមួយ**'។

ជំរឿនទាំងឡាយវាមានសារសំខាន់មួយក្នុងចំណោមគោលការណ៍មួយនៃចំណោមគោលការណ៍ទាំងឡាយរបស់គណិតវិទ្យាដូចដែលយើងទើបនឹងបានឃើញរួចមកហើយថាគ្រប់ជំរឿនគឺវាបានឆ្លើយ(ផ្ទៀងផ្ទាត់ន័យ)ទៅនឹងស្វ័យ សត្យទាំងប្រាំរបស់លោកPeano។ប្រាសមកវិញយើងអាចបង្ហាញថាគ្រប់ស៊េរីដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌទាំងប្រាំរបស់លោកPeanoគឺជាជំរឿនមួយ។ ប៉ុន្តែជាផលវិបាកផងដែរនោះគឺស្វ័យសត្យទាំងប្រាំនេះអាចត្រូវបានប្រើដើម្បីកំណត់ក្រុមរបស់ជំរឿនទាំងឡាយៈ**ជំរឿន**'ទាំងឡាយគឺជាស៊េរីដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ស្វ័យសត្យទាំងប្រាំ។ជំរឿនទាំងអស់អាចត្រូវបានទុកដូចជាមូលដ្ឋាននៃគណិតវិទ្យាសុទ្ធសាធ។ យើងអាចកំណត់ដោយ'0'តួទីមួយ(ដំបូង)ហើយតាមរយៈ' ចំនួន'នោះសំណុំនៃតួទាំងឡាយនិង'**អ្នកបន្ត**' តួណាមួយនោះគឺធ្វើឡើងតាមទំនាក់ទំនងពីខាងដើម(តួដែលកើតមុនវា)។ ជំរឿនជាទូទៅវាមិនចាំបាច់តែកើតពីបន្តនៃចំនួននោះទេតែវាអាចតម្រូវចេញពីចំណុចមួយចំនួននៃលំហពីធាតុទាំងឡាយនៃពេលវេលាឬក៏មកពីគ្រប់បរមាណដ៏ទៃទៀតដែលអាចមានតម្លៃរហូតដល់មិនកំណត់។ជំរឿនខុសគ្នា និមួយៗវានឹងផ្តល់ឱ្យនូវការបកស្រាយខុសគ្នានៃគ្រប់សំណើររបស់គណិតវិទ្យាបុរាណសុទ្ធសាធហើយគ្រប់បំណកស្រាយនឹងត្រូវមានភាពពិតប្រាកដច្បាស់ផងដែរ។

នៅក្នុងទំរង់នៃប្រព័ន្ធរបស់លោកPeano នោះវាមិនមានលក្ខណៈណាមួយដែល តម្រូវឱ្យយើងធ្វើការវែកញែកនូវការបកស្រាយដល់ភាពផ្សេងៗ(ដោយឡែក)គ្នាពីគំណិតទាំងឡាយខាងដើមនោះទេ។យើងគិតថាយើងស្គាល់ហើយពីអ្វីដែលចង់និយាយថា '0' ហើយយើងក៏មិនបាននឹងស្រម័យនឹកថានិមិត្តករណ៍នេះតំណាងឱ្យ100ឬក៏ជាម្ចុលនៃនាឡិកាឬក៏តំណាងឱ្យវត្ថុដ៏ទៃទៀតដែលយើងចង់បាននោះ ទេ។

រឿងមួយដែលសំខាន់នោះគឺថា'0' '**ចំនួន**' និង '**អ្នកបន្ត**' មិនអាចត្រូវកំណត់ដោយការប្រើនៃស្វ័យសត្យទាំងប្រាំរបស់លោក Peano ទេ ប៉ុន្តែវាតម្រូវឱ្យមានការ រួមបញ្ចូលនូវរបៀបមួយដោយឯករាជ្យ។ យើងត្រូវការពីចំនួនលេខទាំងអស់របស់យើងមិនមែមតែក្នុងន័យសំរាប់ឬក៏ដើម្បីតែក្នុងរូបមន្តគណិតវិទ្យាតែមួយមុខប៉ុណ្ណោះទេ តែគឺដើម្បីសំរេចនូវគ្រប់ការអនុវត្តន៍យ៉ាងត្រឹមត្រូវចំពោះវត្ថុទាំងឡាយជាសកលផងដែរ។យើងត្រូវការមានម្រាម$10;$ ផ្នែកពីរ និងច្រមុះមួយ។ ប្រព័ន្ធដែលក្នុងនោះ '1' តំនាងឱ្យ100 ឬ '2'ចង់និយាយថា101ហើយមាន លក្ខណៈដូចនេះជាបន្តបន្ទាប់ទៀតដែលជារឿងមួយគណិតវិទ្យាសុទ្ធប៉ុន្តែមិន សូវត្រូវបានអនុវត្តន៍ចំពោះហេតុការណ៍ទាំងឡាយនៃការប្រព្រឹត្តទៅនៃជីវិត។ យើងសួរថា'0' '**ចំនួន**' និង '**អ្នកបន្ត**' ដែលយើងទទួលបាននេះតើវាជាចំនួន មួយត្រឹមត្រូវចំពោះម្រាមដៃភ្នែក ច្រមុះ របស់យើង? យើងក៏មានរួចហើយដែរ នូវចំណេះដឹងខ្លះៗ(ទោះបីវាមិនគ្រប់គ្រាន់បង្កើតឬធ្វើការវិភាគ)ពីអ្វីដែលយើង ចង់បានជាតំណាងដោយ '1' '2' ។ល។ និងរបៀបប្រើប្រាស់របស់យើងនៃចំនួន ជាលក្ខណនព្វន្តសាស្ត្រត្រូវតែផ្សារភ្ជាប់ជាមួយកំរិតនៃភាពយល់ដឹងនេះ។យើងក៏មិនអាចធានាថាករណីទាំងនេះនឹងត្រូវជាមួយករណីនៃរបៀបរបស់លោក Peanoទេ។ អ្វីទាំងអស់ដែលយើងអាចធ្វើបាន(បើសិនជាយើងអនុវត្តន៍របៀបរបស់គាត់)នោះជារឿងដែលត្រូវនិយាយថា '0' '**ចំនួន**' និង '**អ្នកបន្ត**' ទោះបីជាយើងមិនអាចបង្កើតជាមួយបញ្ហានេះនូវការពន្យល់តាមមធ្យោបាយនៃទស្សនទានមួយផ្សេងទៀតដែលមានលក្ខណងាយបំផុតក៏ដោយ។

វាជាការមួយត្រឹមត្រូវតាមក្បួនខ្នាតនៃការបកស្រាយពន្យល់បែបនេះនៅពេលដែលយើងចេះបង្រួមបញ្ហាទាំងនេះនិងដោយធ្វើឱ្យទៅជាចំណុចមួយជាក់លាក់និងយើងហាក់ដូចជាស្ថិតនៅក្នុងសភាពមួយធ្វើដោយទើសទាល់ ប៉ុន្តែវាជា

កម្មវត្ថុមួយនៃទស្សនៈវិទ្យាគណិតវិទ្យាចំពោះភាពនៃពន្យាពេលការយល់ព្រម សំរេចនេះតាមពេលវេលាយូរអង្វែងសមស្របមួយ។ដោយសារទ្រឹស្តីបទតក្កនៃ ផ្នែកនព្វន្តសាស្ត្រនោះយើងអាចមានភាពពន្យាឬអាចនិយាយម៉្យាងទៀតថាជាការ ដកឃ្លានូវភាពកាតកិច្ចនេះអស់រយពេលដ៏យូរ។ ជាមួយនឹងការទទួលយក ‵0′ ′**ចំនួន**′ និង ‵**អ្នកបន្ត**′ ទុកដូចជាតួឬពាក្យទាំងឡាយដែលយើងស្គាល់ដឹងនូវអត្ថន័យដោយមិនចាំបាច់កំណត់ន័យរបស់វាទាំងបីនោះគេអាចស្មើយ៉ាងងាយដោយចាត់ទុកវាទាំងបីដូចជាតួបីដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ឬត្រូវនឹងស្វ័យសត្យទាំងប្រាំរបស់លោកPeano។ដូច្នេះវាមានលក្ខណៈទទួលបាននូវអត្ថន័យកំណត់ដោយមិនចាំបាច់អាចត្រូវកំណត់នោះទេ(មានន័យថាវាទាំងបីនឹងត្រូវបានជំនួសដោយអថេរ)តួទាំងឡាយទៅនឹងកម្មវត្ថុដែលក្នុងនោះយើងបង្កើតសម្មតិកម្មទាំងឡាយដោយភ្ជាប់ក្នុងប្រភេទនៃស្វ័យសត្យទាំងប្រាំ ប៉ុន្តែអ្វីទាំងអសើនេះ(និយាយតាមបែបម៉្យាងទៀត)នឹងត្រូវស្ថិតក្នុងភាពមិនកំណត់ទាំងអស់។

បើសិនជាយើងអនុម័តការឃើញតាមរបៀបនេះ នោះទ្រឹស្តីទាំងរបស់យើងហាក់ដូចជាមិនបានបង្ហាញចំពោះស៊ីតពិសេសមួយនៃតួទាំងឡាយហៅថា៖‵**ចំនួនធម្មជាតិ**′ ប៉ុន្តែចំពោះគ្រប់ស៊ីតនោះតួទាំងឡាយរបស់វាអាស្រ័យយ៉ាងពិតប្រាកដជាមួយចំនួន។វិធីរបៀបនេះគឺវាមិនមានន័យថាជាការមួយដែលចង់បំភាន់នោះទេហើយវាក៏មានដូចគ្នាផងដែរក្នុងករណីផ្សេងៗមួយចំនួនទៀត។វាផ្តល់នូវភាពទូទៅមួយដែលទទួលបានផលប្រយោជន៍យ៉ាងល្អ។

ក៏ប៉ុន្តែទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយចំពោះគំណិតទាំងពីរវាហាក់ដូចមិនមានសមត្ថភាពនិងផ្តល់ឱ្យគ្រប់គ្រាន់នូវមូលដ្ឋានមួយសមល្មមទៅនឹងខាងនព្វន្តសាស្ត្រ។ករណីទីមួយវិធីនេះវាមិនមែនជាមធ្យោបាយដែលជួយសម្រួលដល់យើងទទួលស្គាល់ ឬ យល់ដឹងបើសិនជាវាមានស៊ីតណាមួយនៃតួទាំងឡាយដែលទាក់ទងទៅនឹងស្វ័យសត្យទាំងឡាយនៃPeano វាក៏មានលក្ខណៈផ្តល់ឱ្យយើងនូវភាពដ៏ស្អួចស្អើងនៃការបង្ហាញគំណិតរបស់ខ្លួនបើសិនជាមានកើតឡើងនូវក្រុមដូចគ្នា។ករណីទីពីរដូចដែលយើងបានធ្វើការកត់សំគាល់ខាងដើមហើយថាយើងមានបំណងគឺចំនួនទាំងឡាយរបស់យើងគឺជាអ្វីដែលយើងអាចប្រើវាក្នុងលក្ខណៈរាប់នូវវត្ថុទាំងឡាយជាទូទៅ បញ្ហានេះវាតម្រូវឱ្យចំនួនទាំងឡាយរបស់យើងមាននូវអត្ថន័យមួយច្បាស់លាស់ និងមិនមានត្រឹមតែលក្ខណៈនៃទំរង់របស់កម្មសិទ្ធនៃចំនួននោះទេ។ អត្ថន័យច្បាស់លាស់នេះត្រូវបានកំណត់ដោយទ្រឹស្តី **តក្ក**របស់នព្វន្តសាស្ត្រ។

ឯកសារយោង

REFERENCES

ការស្រាវជ្រាវដោយផ្អែកលើឯកសារ

១. វចនានុក្រមរបស់សម្តេចសង្ឃជួនណាត

២. សទ្ទានុក្រមគណិតវិទ្យាទំនើប អង់គ្លេស - ខ្មែរ ឆ្នាំ ២០០៧ របស់រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

៣. វចនានុក្រមគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ អង់គ្លេស - ខ្មែរ ឆ្នាំ ២០០៧ របស់រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

៤. វចនានុក្រម បារាំង ខ្មែរ របស់លោក តិប យក់ និង ថៅវ ឥទ្ធ

៥. BERTRAND RUSSELL INTRODUCTION A LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE 1970